

# Estudio de modelos circuitales de metamateriales bidimensionales de banda prohibida electromagnética basados en la celda de Yang

Study of electric circuit models of bidimensional electromagnetic band-gap metamaterials based on the Yang cell

Federico Luna<sup>†1</sup>, Silvina Boggi<sup>\*2</sup> y Walter Gustavo Fano<sup>†3</sup>

<sup>†</sup>Laboratorio de Radiación Electromagnética, Facultad de Ingeniería, Universidad de Buenos Aires  
 Paseo Colón 850, Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Argentina

<sup>1</sup>fluna@fi.uba.ar

<sup>3</sup>gustavo.gf2005@gmail.com

<sup>\*</sup>Departamento de Matemática, Facultad de Ingeniería, Universidad de Buenos Aires  
 Paseo Colón 850, Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Argentina

<sup>2</sup>sboggi@fi.uba.ar

Recibido: 06/12/19; Aceptado: 08/04/20

**Resumen**—Los metamateriales en las bandas de frecuencias de microondas han sido ampliamente explorados en el diseño de antenas y arreglos de antenas. En este trabajo se ha estudiado la celda de Yang, que cuando es dispuesta periódicamente sobre un plano, conforma una estructura metamaterial que presenta bandas prohibidas de frecuencia más bajas que otras estructuras, con una mayor eficiencia en el uso del espacio. Se han estudiado los campos eléctricos y magnéticos en los primeros dos modos de propagación electromagnética de esta celda unitaria. Se han construido cuatro modelos circuitales equivalentes de la celda unitaria para poder obtener la respuesta en función de la frecuencia de la estructura metamaterial de forma rápida, que se encuentran explicados en el trabajo. Los modelos fueron validados por simulación numérica electromagnética de onda completa.

**Palabras clave:** Metamaterial; EBG; celda unitaria; circuito eléctrico; diagrama de dispersión; microcinta

Metamaterials in microwave frequency bands have been widely explored in the development and design of antenna structures and arrays. In this paper, the so-called Yang cell have been studied. When these cells are periodically arranged on a plane, the resulting metamaterial structure shows lower band-gap frequencies than structures composed of other unit cells of the same size. The electric and magnetic fields in the first two modes of electromagnetic propagation in the unit cell have been studied. Four equivalent circuit models of the unit cell have been developed in order to easily and quickly obtain the frequency response of the metamaterial structure. These models are explained in this paper, and were validated using full-wave computational electromagnetic methods.

**Keywords:** Metamaterial; EBG; unitary cell; electric circuit; dispersion diagram; microstrip

## I. INTRODUCCIÓN

La definición de metamaterial aún está en discusión aunque, en términos generales, la más aceptada indica que son estructuras electromagnéticas artificiales efectivamente homogéneas que presentan propiedades que no se encuentran en la naturaleza [1]. En la figura 1 se pueden observar dos ejemplos de metamateriales propuestos por Pendry [2].

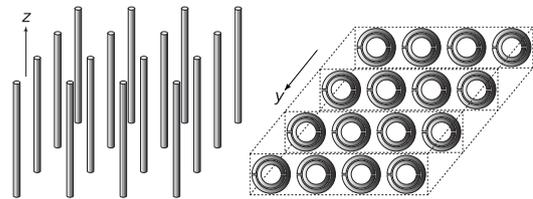


Figura 1: Metamateriales propuestos por Pendry. A la izquierda, un WSM (*Wire Screen Medium*). A la derecha, un medio de SRR (*Split-ring resonator*) [1].

Los materiales EBG (de banda prohibida electromagnética, *Electromagnetic Bandgap*), en ocasiones denominados PBG (de banda prohibida fotónica, *Photonic Bandgap*) o cristales fotónicos, son un tipo de estructura artificial, dieléctrica o metalodieléctrica, en algunos casos clasificadas como metamateriales, con capacidades para controlar ondas electromagnéticas [3] a partir de una variación periódica en el espacio de las propiedades electromagnéticas del medio. Tienen la capacidad de permitir la propagación en direcciones determinadas, o de impedirla completamente, debido a que presentan una banda prohibida electromagnética, concepto análogo al de banda prohibida electrónica que controla el movimiento de ondas de electrones que viajan en un potencial periódico cristalino [4].

Si bien los primeros dieléctricos artificiales fueron estudiados por Kock en 1944, los materiales de banda prohibida electromagnética comenzaron a desarrollarse a partir de fines del siglo XX. Ho, Chan y Soukoulis [5] describieron en 1990 un conjunto periódico de esferas dieléctricas, dispuestas en forma de capas, para el que el efecto de banda prohibida se daba en todas direcciones. Posteriormente, Yablonovitch et al. [6] divisaron una estructura cristalina simétrica de más fácil fabricación y demostraron, además, que la existencia de una banda prohibida electromagnética podía ser predicha teóricamente, en base, principalmente, a la constante de periodicidad del dieléctrico artificial.

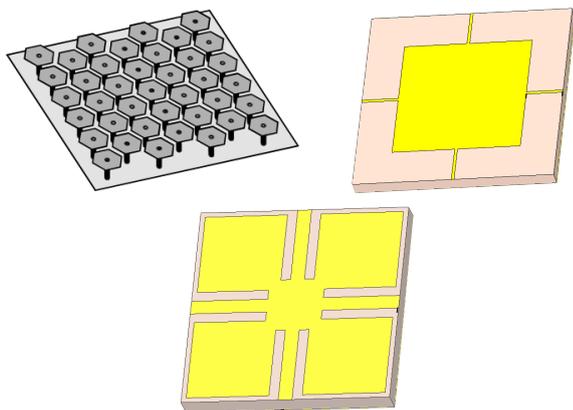


Figura 2: EBGs planares

Al mismo tiempo, comenzaron los estudios sobre las denominadas "superficies electromagnéticas", que consisten en superficies texturadas, generalmente conductoras (en contraposición a los trabajos tridimensionales) que imponen condiciones de contorno particulares, capaces de lograr cambiar la polarización de una onda incidente, influir sobre las ondas de superficie y controlar la fase de reflexión, actuando como estructuras bidimensionales de banda prohibida electromagnética [7]. La primera de estas propuestas fue presentada por Sievenpiper, y puede verse en el primer dibujo de la figura 2 [8]. Dicha estructura presenta un comportamiento de conductor magnético ante ondas electromagnéticas incidentes en dirección normal a la superficie, además de una banda prohibida electromagnética para ondas de superficie.

En base a la propuesta de Sievenpiper, y en búsqueda de una mayor facilidad de fabricación, se propuso la aplicación de los conceptos de superficies selectoras de frecuencias (FSS) ([9]–[11]). La intención fue lograr un comportamiento de banda prohibida electromagnética, pero evitando el uso de vías entre el plano conductor inferior y las estructuras ubicadas en la capa superior, como se observa en la segunda ilustración de la figura 2. El bajo costo, la mayor facilidad de fabricación, el bajo peso y el bajo perfil de estas estructuras las volvieron de particular interés en el diseño de antenas, a pesar de que la banda prohibida electromagnética obtenida es de un ancho de banda menor a las estructuras propuestas por Sievenpiper.

En 2001, Yang et al. [12] propusieron estructuras periódicas planares bidimensionales basadas en FSS, pero de menor tamaño de celda unitaria que las propuestas hasta el momento, como las mostradas en la última ilustración de la figura 2, que presentaban zonas prohibidas en bajas frecuencias. En esta celda, se intentó maximizar la longitud de los puentes, estableciendo lo que se conoce como un *inset* en el parche *microstrip* que compone a cada celda unitaria. De esta forma, el parche puede crecer, y por tanto aumentar la capacitancia, sin que por ello la inductancia deba disminuir. Esto permite que los parches de las distintas celdas unitarias se ubiquen a corta distancia unos de otros, aumentando el acoplamiento capacitivo entre ellos, y la capacitancia del sistema completo, sin afectar a su simetría. Son estas las estructuras analizadas en este trabajo.

El análisis de cualquiera de las estructuras EBG se basa

en el estudio sobre ondas mecánicas en medios periódicos de Louis Brillouin, quien demostró que un conjunto periódico impone restricciones a los vectores de onda  $\vec{\gamma}$  que pueden propagarse en él, dado que establece condiciones de contorno para los modos permitidos [13]. Aquellas ondas que no cumplen las condiciones derivadas de la periodicidad de la estructura, no son capaces de propagarse.

Cuando las celdas unitarias, los mínimas unidades repetidas regularmente en la estructura, son complejas, el estudio de las estructuras requiere la utilización de software de simulación electromagnética de onda completa [14], que puede resultar, en algunos casos, computacionalmente demandante, ralentizando los tiempos de diseño. Estos tiempos pueden reducirse si se utilizan modelos circuitales equivalentes ([11], [15]) para la predicción y obtención rápida del comportamiento de estas estructuras, que resultarán más efectivos y fáciles de aplicar a distintas celdas unitarias si son, además, modelos de construcción intuitiva. Diversas técnicas han sido utilizadas en la literatura para lograr este propósito ([16]–[19]). En este trabajo se muestra un posible acercamiento al problema para metamateriales conformados por celdas de Yang, aunque es extrapolable a otras celdas unitarias uniplanales. Esta técnica de modelado, que requiere inicialmente de algunas simulaciones de onda completa, permite tomar decisiones de diseño iterativo rápidamente a partir del conocimiento de la respuesta en frecuencia de la estructura periódica. Cabe señalar que, debido a que se basa en el uso de componentes de parámetros concentrados, que vuelve el análisis válido únicamente para los primeros modos de propagación, los modelos resultantes no representarán en su totalidad los fenómenos de físicos asociados (radiación, fenómenos de orden superior, etc), más allá del comportamiento de banda prohibida electromagnética que se pretende estudiar.

## II. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

En los EBGs, la periodicidad espacial en las condiciones de propagación es el factor determinante, pues la explicación de la aparición de una banda prohibida electromagnética puede abordarse intuitivamente desde el estudio del fenómeno de difracción de Bragg de las ondas electromagnéticas incidentes [1], [13]. Esta periodicidad establece, además, condiciones de contorno periódicas, que permiten reducir el análisis de las estructuras al de una única celda unitaria. La simplificación es posible, debido a que, por estas condiciones de borde, y asumiendo estructuras infinitas, es posible aplicar el Teorema de Bloch-Floquet, que describe la aparición de armónicos espaciales [4] en las direcciones en que se presenta periodicidad. El campo eléctrico (o magnético) dentro de la estructura resulta periódico, con la misma periodicidad que el material, a excepción de una variación de fase, dada por el valor de la constante de propagación  $\beta$  del medio. Dado que la misma diferencia de fase se puede obtener para frecuencias mayores (un ciclo más tarde), se presentará más de un modo de propagación.

En la figura 3 se pueden observar el valor absoluto promedio de las componentes normal y tangencial a la superficie de los campos eléctrico y magnético, para los dos primeros modos de propagación. En ambos, resulta evidente que el campo eléctrico es principalmente normal al plano

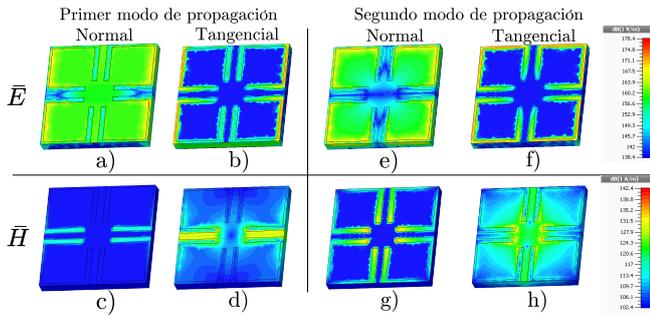


Figura 3: Comportamiento, en promedio temporal, de los campos eléctrico y magnético para los primeros dos modos de propagación.

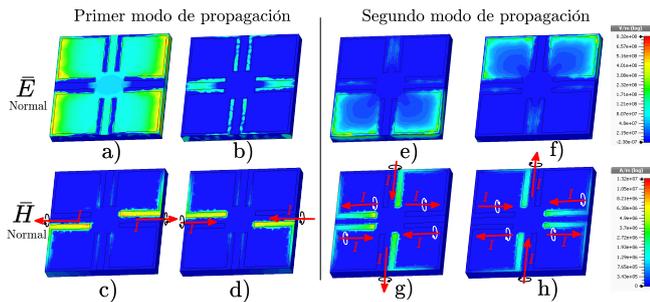


Figura 4: Comportamiento, para dos fases diferentes, de los campos eléctrico y magnético normales a la superficie para los dos primeros modos de propagación.

de la estructura, y se ubica mayormente bajo el parche, donde se presenta el efecto de placas planas paralelas. Sin embargo, existen también componentes tangenciales a la superficie que, como se puede observar en los cuadros b y f (para el primer y segundo modo, respectivamente), son muy notorias en los bordes de la celda unitaria, evidenciando acoplamiento capacitivo entre celdas vecinas. La diferencia entre los campos magnéticos generados en la celda unitaria, por su parte, permite deducir la existencia de corrientes, principalmente a través de los puentes que unen a las celdas.

Un análisis más intuitivamente significativo se puede obtener a partir del comportamiento en dos tiempos distintos (o dos fases distintas) de los campos normales a la superficie, que se puede observar en la figura 4, donde sólo se graficaron los valores positivos (salientes del papel) para simplificar la explicación. Para el primer modo de propagación, el parche se comporta como un capacitor de placas planas paralelas (cuadros a y b), mientras que para el segundo modo de propagación la estructura se divide horizontalmente en dos secciones iguales con campos opuestos. El análisis de los campos magnéticos permite deducir, como se observa en la figura (donde se ilustró, además, la regla de la mano derecha), que para el primer modo de propagación las corrientes entran y salen del parche central a través de los puentes horizontales, en forma sincronizada, en función del valor del campo eléctrico normal a la superficie. Para el segundo modo, en cambio, existen corrientes que circulan por los bordes de los bloques de las esquinas, generando un comportamiento más complejo, que deberá ser tenido en cuenta al momento de plantear el modelo.

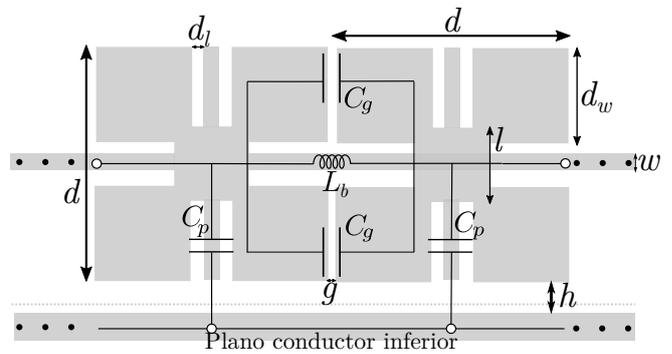


Figura 5: Primer circuito equivalente propuesto.

### III. RESULTADOS

#### III-A. Modelado circuital de la Celda de Yang

Aquí se presentan parte de los resultados obtenidos en la Tesis de Ingeniería Electrónica del Ing. Federico Luna [20].

La forma más sencilla de modelar el comportamiento resonante es la representación circuital utilizando componentes lineales, cuyo valor no varía con la frecuencia. En la misma deben intervenir capacitores e inductores con valores seleccionados en función del comportamiento de la energía en la estructura. Si bien los efectos de altas frecuencias no podrán ser analizados bajo esta representación, dado que no se consideran parámetros distribuidos ni se tiene en cuenta la variación de las capacitancias e inductancias asociadas en función de la frecuencia, sí debería ser posible observar, al menos en forma general, los fenómenos analizados para las frecuencias de trabajo, de manera que se pueda abordar el problema intuitivamente.

Para el caso particular de la celda de Yang, a raíz del análisis del comportamiento de los campos, resulta fácil comprender que, si bien los fenómenos que intervienen son numerosos, los más importantes están fuertemente vinculados a la circulación de corriente por el puente y al desarrollo del campo eléctrico entre las celdas.

Se propusieron distintos circuitos, de diversa complejidad, para representar a cada celda unitaria propuesta por Yang. Utilizando los parámetros de dispersión, o parámetros S [21], se analizaron las redes eléctricas, y en particular la transmisión (parámetro  $S_{21}$ ) de cada uno, en vistas de lograr un comportamiento similar al obtenido cuando se utiliza el software *CST Microwave Studio* para simular la estructura.

Para la construcción y validación de un modelo circuital equivalente, se utilizó una celda unitaria testigo. Se establecieron arbitrariamente los valores geométricos del Cuadro I, definidos en la figura 5. Se eligió como dieléctrico, por disponibilidad en el mercado, al FR-4, un material compuesto, laminado de epoxy, de amplio uso en la fabricación de PCBs, cuya permitividad relativa es de 4,4.

El primero de los circuitos propuestos se puede observar en la Figura 5. En el mismo se intentó utilizar un bloque LC paralelo resonante para obtener un *bandgap* para el rango de frecuencias deseado.

La estructura LC paralela posee una frecuencia de resonancia en  $f = 1/(2\pi\sqrt{L_b C_g})$ , en la que abandona su comportamiento inductivo, y adopta uno predominantemente capacitivo. Para esa frecuencia, existe un intercambio de

$d$	$l$	$w$	$d_l$	$g$	$h$	$d_w$
22,6	6	1,1	0,8	0,8	1,6	16,6

Cuadro I: Valores geométricos de la celda unitaria analizada, elegidos arbitrariamente. Valores expresados en  $mm$ .

$L_b$	Ec. 1 7,34 nH	Ec. 2 8,2 nH	Q3DExtractor 7,7 nH
$C_g$	Ec. 3 163 fF		Q3DExtractor 130 fF
$C_p$	Superficie 458 mm <sup>2</sup>	Ec. 5 11,14 pF	Q3DExtractor 12,26 pF

Cuadro II: Valores de capacitancia e inductancia para el circuito equivalente, obtenidos mediante distintos métodos.

energía entre el inductor y el capacitor, de forma que la impedancia de entrada presenta un máximo. A esta frecuencia, entonces, el circuito se comporta como un filtro de tipo *notch*, que podría explicar parte del comportamiento de *bandgap* en microondas.

Por otro lado, la existencia de una capacitancia de las celdas contra el plano de tierra da lugar, al menos para las bajas frecuencias, a un comportamiento pasabajos, debido a la relación entre los componentes  $L_b$  y  $C_p$ .

La inductancia parcial del puente,  $L_b$ , se obtiene en base a 3 cálculos independientes, provenientes de modelos distintos de comportamiento de estructuras *microstrip*, y cuyos resultados se muestran en el cuadro II. El primero de los métodos utilizados es mostrado en la ecuación 1 [22].

$$L_b = 0,2 \text{ nH/mm} \cdot \ln \left( 2\pi \frac{h}{w} \right). \quad (1)$$

El segundo método es el propuesto por C. Paul en [23]:

$$L_b = \begin{cases} \frac{60l}{c} \ln \left( \frac{8h}{w} + \frac{w}{4h} \right), & \frac{w}{h} \leq 1 \\ \frac{120\pi l}{c} \frac{1}{w/h + 1,393 + 0,667 \ln(w/h + 1,444)}, & \frac{w}{h} > 1 \end{cases} \quad (2)$$

Por último, la inductancia parcial se calculó utilizando el software *Ansys Q3D Extractor* de *Ansoft*, que realiza simulaciones cuasiestáticas utilizando el método BEM (*Boundary Element Method*).

El valor de la capacitancia entre las protuberancias de las celdas unitarias,  $C_g$ , se calculó utilizando la expresión de la ecuación 3 [24]:

$$C_g = \frac{d_w \epsilon_0 (1 + \epsilon_r)}{\pi} \cosh^{-1} \left( \frac{2d_w + g}{g} \right). \quad (3)$$

Además, se utilizó también *Q3D Extractor* para obtener un valor aproximado de capacitancia. Para la simulación fue necesario eliminar el puente *microstrip* que conectaba a las celdas unitarias, debido a que, dado que la simulación es cuasiestática, si el conductor es el mismo, la capacitancia resulta nula. La geometría utilizada en la simulación se muestra en la figura 6.

Se observa que los valores son disimiles entre sí, por lo que, en el circuito, el valor de esta capacitancia deberá ser establecido por deducción en base al comportamiento en frecuencia, manteniendo estos valores como referencia o cotas aproximadas.

Finalmente, la capacitancia contra el plano de tierra,  $C_p$ , se calculó utilizando la noción de capacitor de placas planas

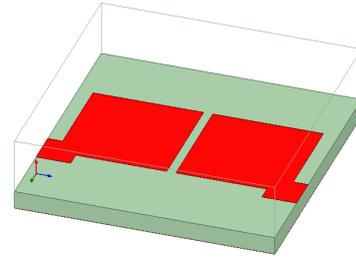


Figura 6: Geometría utilizada para la obtención de la capacidad entre celdas unitarias.

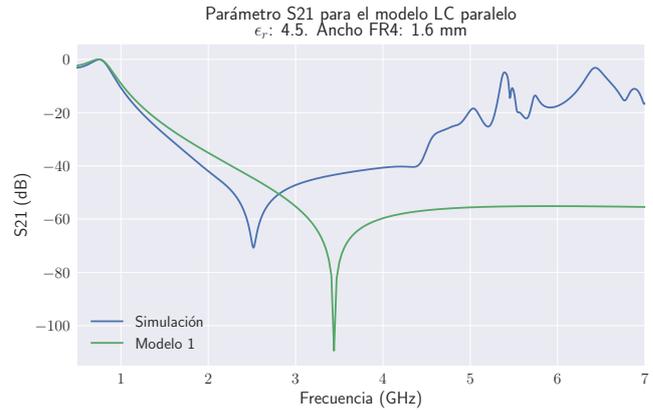


Figura 7: Comportamiento del parámetro  $S_{21}$  para el modelo 1.

paralelas, debido a la corta distancia entre las celdas unitarias y el plano de tierra (según el cuadro I,  $h = 1,6 \text{ mm}$ ). El área total resulta:

$$Sup = l^2 + 4d_w^2 + 4 \frac{d-l}{2} w - 4 \left( \frac{l-w-2d_l}{2} \right)^2, \quad (4)$$

$$C_p = \frac{Sup \epsilon_0 \epsilon_r}{h}. \quad (5)$$

Además, se utilizó el software de simulación *Q3D Extractor* para obtener un resultado comparativo. Los resultados se muestran también en el cuadro II, en donde se observa que la aproximación de placas planas paralelas ofrece un valor cercano al simulado utilizando BEM, incluso cuando no se consideran los efectos de *fringing* en los bordes.

Tras la estimación de los valores circuitales correspondientes, se debe analizar el comportamiento del parámetro  $S_{21}$  de la estructura, para estudiar el efecto de atenuación. El mismo se muestra en la Figura 7, donde se grafica, además, el comportamiento de este parámetro según simulaciones de onda completa realizadas con *CST Microwave Studio*, utilizando FEM (*Finite Elements Method*). La frecuencia de resonancia de la simulación, 2,51 GHz, es lejana a las posibles frecuencias de resonancias,  $3,07 \text{ GHz} \approx 1/(2\pi\sqrt{L_b 2C_g}) \leq 3,75 \text{ GHz}$ , según los máximos y mínimos valores posibles de  $L_b$  y  $C_g$  mostrados en el cuadro II.

Bajo estas consideraciones, resulta menester evaluar más condiciones que las seleccionadas inicialmente. Si se asume que las esquinas presentan, al camino de la corriente que circula por el parche, una inductancia que no resulta

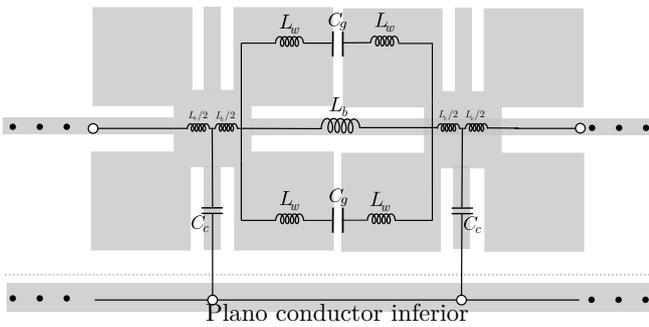


Figura 8: Segundo circuito equivalente propuesto.

$L_w$	Ec. 5	Ec. 2	Q3DExtractor
	$2 \text{ nH}$	$1,55 \text{ nH}$	$4 \text{ nH}$

 Cuadro III: Valores obtenidos de  $L_w$  según distintos métodos.

despreciable, la misma resonará en serie con el capacitor  $C_g$ , imponiendo una menor impedancia para un rango de frecuencias, habilitando un camino de corriente, y mejorando la transferencia a través de la celda unitaria, lo que efectivamente limitaría el ancho de banda del *bandgap*. El circuito propuesto se muestra en la Figura 8.

El valor de la inductancia que imponen los parches de las esquinas se calculó de tres formas: La primera se basa en el uso de la ecuación 5; la segunda, en el uso de la ecuación 2; y finalmente, se realizaron simulaciones utilizando *Q3D Extractor*, para validar el uso de las expresiones. Los resultados se muestran en el cuadro III. Resulta importante, sin embargo, señalar que, si bien la inductancia es un parámetro puramente geométrico, las posiciones de los puertos puntuales de entrada y salida de la simulación modifican su valor. Estas posiciones no son tenidas en cuenta en las expresiones propuestas por la literatura, pero se las considera lo suficientemente cercanas al valor final.

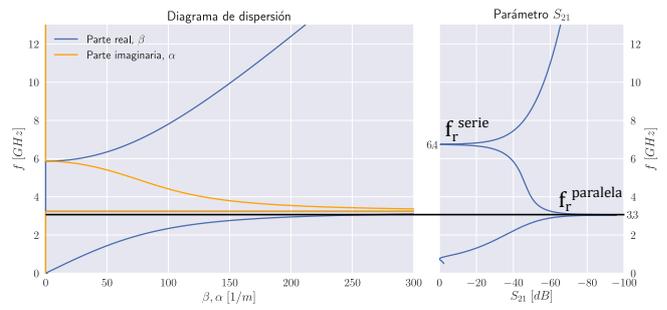
La frecuencia de resonancia serie resulta, entonces, de

$$f_r^{\text{serie}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{C_g 2L_w}}, \quad (6)$$

que, para los parámetros geométricos establecidos, varía entre  $4,4 \text{ GHz}$  y  $7,9 \text{ GHz}$ , donde la mayor incertidumbre está dada por el valor de  $L_w$ .

La aparición de estas nuevas inductancias  $L_w$  modificará fuertemente la frecuencia de resonancia del circuito LC paralelo analizado antes (compuesto por  $C_g$  y  $L_b$ ). Para este nuevo circuito, la inductancia vista por los terminales de  $C_g$  está dada por  $L_b + 2L_w/2$ , debido a que por los componentes circuitales correspondientes a las esquinas sólo circula la mitad de la corriente que lo hace por la inductancia central. El valor de la frecuencia de resonancia del modelo, entonces, debido al aumento de la inductancia equivalente, disminuye, para adoptar valores cercanos a las frecuencias  $2,5 \text{ GHz}$  y  $3,3 \text{ GHz}$ . Este mismo cambio de resonancia se observaría si las inductancias  $L_w$  estuvieran dispuestas sobre la rama central.

En este punto, es posible obtener el diagrama de dispersión a efectos puramente ilustrativos, y utilizando el circuito de la Figura 8. Para el mismo, los valores de impedancia y admitancia por unidad de longitud resultan


 Figura 9: Comparación del diagrama de dispersión obtenido de la ecuación 9 y el obtenido mediante simulación del parámetro  $S_{21}$  del circuito de la figura 8.

$$Z'd = j\omega L_c + j\omega \frac{L_b - \omega^2 L_w C_g}{1 - \omega^2 C_g (L_w + 2L_b)}, \quad (7)$$

$$Y'd = j\omega C_c, \quad (8)$$

por lo que el valor de la constante de propagación  $\gamma = \sqrt{-Z'Y'}$  resulta

$$\gamma = \frac{\omega}{a} \sqrt{L_c C_c + C_c \frac{L_b - \omega^2 L_w C_g L_b}{1 - \omega^2 (L_w C_g + 2L_b C_g)}}, \quad (9)$$

cuya gráfica se puede observar en a la izquierda de la Figura 9, donde en azul se representa la parte real, y en naranja la parte imaginaria. Resulta importante recordar que, si bien la gráfica es obtenida en base a los valores circuitales promedio obtenidos por todos los cálculos de cada parámetro, la misma pierde validez si no se cumple la hipótesis  $d < \lambda_g/4$ , por lo que sólo se puede confiar en los valores bajos de  $\beta$ . En este caso, el valor de la frecuencia de resonancia es de  $3,3 \text{ GHz}$ .

Resulta ilustrativo comparar el diagrama de dispersión obtenido con la gráfica del parámetro  $S_{21}$  en función de la frecuencia, mostrada a la derecha de la figura 9, dado que si bien el análisis es diferente, la situación física es la misma. En dicha figura, el *bandgap* está marcado en un tono más oscuro. Se observa que el mismo comienza aproximadamente en la frecuencia de resonancia paralela ( $3,3 \text{ GHz}$ , calculada como la de peor caso según el modelo), en la que presenta un *notch*, y continúa hasta las inmediaciones de la frecuencia de resonancia serie ( $6,4 \text{ GHz}$ ) analizada antes.

Queda aún por explicar el comportamiento de la transferencia en la banda ubicada entre las dos frecuencias de resonancia, donde los efectos no pueden considerarse fruto de la relación entre los elementos de un subconjunto del circuito. Resulta necesario tener en cuenta la inductancia que impone el parche central, análoga a la que imponen las esquinas de la celda unitaria. Esto obliga a que la capacitancia de la celda unitaria no sea única y centralizada, como hasta el momento, sino que debe estar correctamente distribuida en la geometría: parte de la capacitancia se debe al aporte de las esquinas, y otra parte al parche central. El circuito, más complejo, se muestra en la Figura 10.

Se puede observar que se agregaron las capacitancias de las secciones de las esquinas ( $C_w$ ), y se ubicaron en un nodo intermedio, entre la capacitancia de *gap*  $C_g$  y la capacitancia

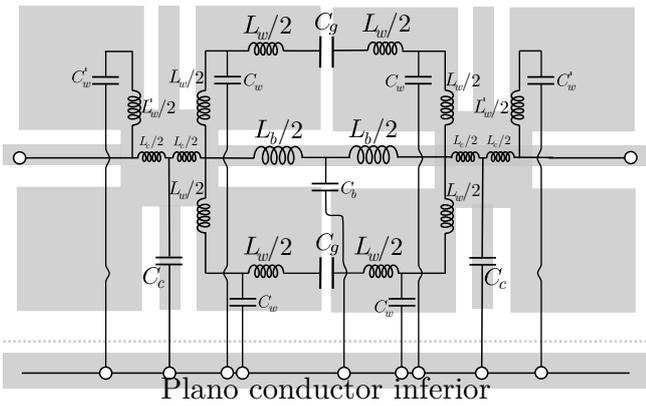


Figura 10: Tercer circuito equivalente propuesto.

del bloque central  $C_c$ , que ahora queda redefinida, dado que deja de representar a toda la superficie de la cara superior de la celda unitaria, para restringirse al cuadro central. Este cuadro, además, ahora presenta inductancia  $L_c$ . Además, se tuvo en cuenta la capacitancia contra el plano de tierra del puente,  $C_b$ . Finalmente, se consideró el efecto de aquellas esquinas que no poseen una celda vecina, lo que aumenta la capacitancia de la esquina (debido al efecto de *fringe* [21]) y la inductancia a considerar. Estos nuevos valores están representados por  $C'_w$  y  $L'_w$ , y resultan importantes debido a que esta capacitancia e inductancia resuenan a la frecuencia de interés, generando un camino de baja impedancia para la corriente y disminuyendo, por tanto, la transferencia.

El comportamiento del parámetro  $S_{21}$  se puede observar en rojo en la Figura 12, para la cual se seleccionaron valores de los componentes circuitales dentro del rango impuesto por los cálculos anteriores, de manera que las frecuencias de interés coincidieran. Los valores finales utilizados se detallan en el cuadro IV. No solo la frecuencia de resonancia es ahora predicha en forma adecuada, sino que el comportamiento para frecuencias cercanas, hasta aproximadamente  $4,5 \text{ GHz}$  también lo es. Alrededor de los  $6 \text{ GHz}$  se observa que el modelo predice adecuadamente que el valor de  $S_{21}$  aumenta, aunque no así los efectos de orden superior para esas frecuencias, debido a que la longitud de onda resulta comparable al tamaño de la celda unitaria, invalidando el modelo. Se puede apreciar, sin embargo, un efecto resonante singular alrededor de  $2,3 \text{ GHz}$  cuya causa no fue encontrada.

Por último, resta considerar las pérdidas por conductividad y las pérdidas dieléctricas, para incorporarlas al circuito equivalente propuesto. Las pérdidas por conductividad pueden ser representadas por una resistencia representando el comportamiento en corriente continua y otra en corriente alterna. Para la corriente continua, la resistencia que impone una cinta *microstrip* depende de su largo  $l$  y la superficie que es atravesada por el flujo,  $S$ . Para el caso de corriente alterna, debido al efecto *skin*, se debe tener en cuenta la profundidad de penetración  $\delta_s$ , de manera que [21]

$$R_{dc} = \frac{l}{\sigma S}, \quad (10)$$

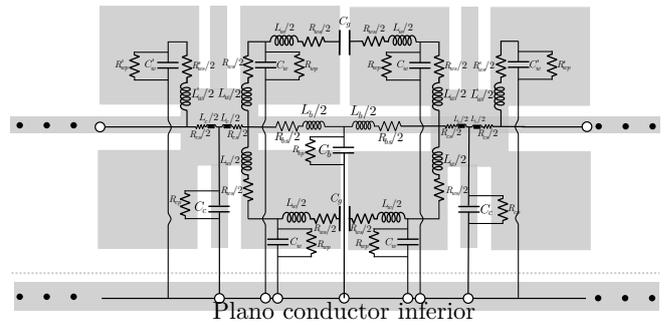


Figura 11: Circuito final equivalente propuesto.

$L_b$	$6,8 \text{ nH}$	$C_g$	$135 \text{ fF}$	$L_w$	$1,47 \text{ nH}$
$C_c$	$1,56 \text{ pF}$	$C_b$	$487 \text{ fF}$	$C_w$	$2 \text{ pF}$
$C'_w$	$2,53 \text{ pF}$	$L'_w$	$2,54 \text{ nH}$	$L_c$	$0,75 \text{ nH}$
$R_{wp}$	$936 \Omega$	$R_{ws}$	$0,01 \Omega$	$R_{cs}$	$0,01 \Omega$
$R_{bp}$	$0,15 \Omega$	$R_{bs}$	$4953 \Omega$	$R_{cp}$	$1509 \Omega$

Cuadro IV: Valores finales de los parámetros circuitales obtenidos.

$$R_{ac} = \frac{l}{2\sigma\delta_s(w+t)} = \frac{l\sqrt{\pi f\mu\sigma}}{2\sigma\delta_s(w+t)}, \quad (11)$$

$$R_s = R_{dc} + R_{ac} = \frac{l}{\sigma} \left( \frac{1}{\sigma} + \frac{\sqrt{\pi f\mu\sigma}}{2(w+t)} \right), \quad (12)$$

donde  $w$  es el ancho de la cinta *microstrip* considerada,  $t$  es su ancho vertical, y  $f$  es la frecuencia a la que se desea encontrar la resistencia que modela el efecto en corriente alterna. El valor de la conductividad del cobre,  $\sigma$ , es de  $5,7 \cdot 10^{-7} \text{ S}$ .

Las pérdidas dieléctricas se representan una conductancia  $G$  dispuesta en paralelo a los capacitores que vinculan la capa superior de la celda unitaria con el plano de tierra. La misma puede ser calculada en base a la tangente de pérdidas del material ofrecida por el fabricante, que para FR-4 es de 0.017. El uso de una tangente de pérdidas asume la existencia de una impedancia compleja entre la capa superior y el plano de tierra en una celda unitaria, de manera que esta tangente representa la relación entre las partes real e imaginaria:

$$\tan(\delta) = X/R = \frac{1/\omega C}{R} = \frac{G}{\omega C}, \quad (13)$$

$$G = \omega C \tan(\delta) = \frac{1}{R_p}. \quad (14)$$

El circuito final, considerando resistencias, se puede observar en la Figura 11, y el resultado de la simulación se muestra en verde en la gráfica de la figura 12. Es posible observar que el efecto resonante desconocido ubicado en aproximadamente  $2,3 \text{ GHz}$  se ve ampliamente atenuado al considerar las pérdidas resistivas.

Resulta posible, además, comparar las simulaciones de parámetros  $S_{21}$  con simulaciones en *CST Microwave Studio* de celdas unitarias con condiciones de borde periódicas. Para el caso de la celda unitaria analizada, el diagrama de dispersión en dos dimensiones obtenido a partir de la simulación tridimensional se muestra en la Figura 13, donde se puede observar que se da un *bandgap* completo entre los  $2,5$  y  $3,7 \text{ GHz}$ . En este diagrama, el eje de las abscisas representa no solo el valor de la constante de propagación

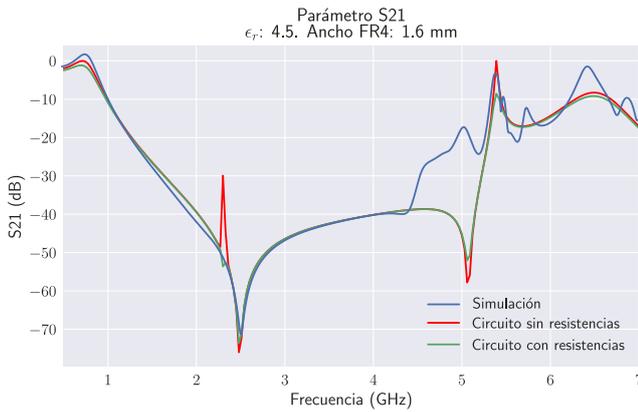


Figura 12: Comportamiento del parámetro  $S_{21}$  para el modelo propuesto, con y sin resistencias de pérdidas, comparados a la simulación

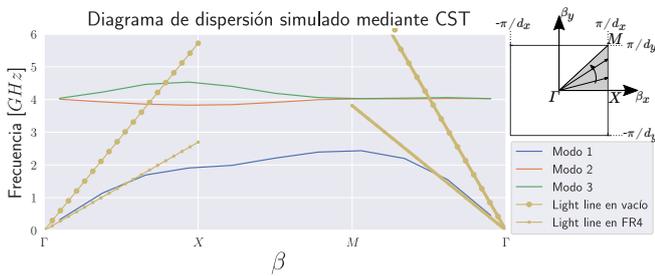


Figura 13: Diagrama de dispersión obtenido mediante el software *CST Microwave Studio* para la celda de Yang, según los parámetros definidos en el cuadro I. Las líneas de vista representan el comportamiento para materiales homogéneos.

$\beta$ , sino también su dirección, que cambia a medida que el vector que las describe, con origen en el centro de la celda unitaria, recorre, con sus sucesivas posiciones, el contorno de la zona irreducible de Brillouin en el espacio de Bravais (red recíproca), que en este caso es un triángulo entre los vértices  $\Gamma$ ,  $X$  y  $M$ , como se ilustra en la misma figura. En el análisis circuital sólo se consideró la dirección  $\Gamma - X$ , la dirección principal de la periodicidad del material, en la que el mismo comienza en  $2\text{ GHz}$ . Una comparación de ambos análisis se puede observar en la Figura 14, donde, además, se demarca en gris la banda de frecuencias de *bandgap* según el diagrama de dispersión, para simplificar la comparación con el comportamiento del parámetro  $S_{21}$ .

Finalmente, es posible analizar el comportamiento del parámetro  $S_{11}$ , en vistas de comprobar que el comportamiento de *bandgap* se debe principalmente al fenómeno de Bragg, que está vinculado a la resonancia en la celda unitaria, ya que esta es la principal causante de la variación de la velocidad de propagación en la estructura. Cabe aclarar que durante el análisis y construcción del modelo, el parámetro  $S_{11}$  de la estructura, relacionado a la energía reflejada por cada celda unitaria, no fue considerado en el ajuste. Sin embargo, debido a que el fenómeno de *bandgap* electromagnético se produce principalmente por el efecto de la periodicidad, y no por radiación de la energía no propagada, es de esperar que el modelo contemple, por su construcción intuitiva, los efectos de reflexión circuital. La

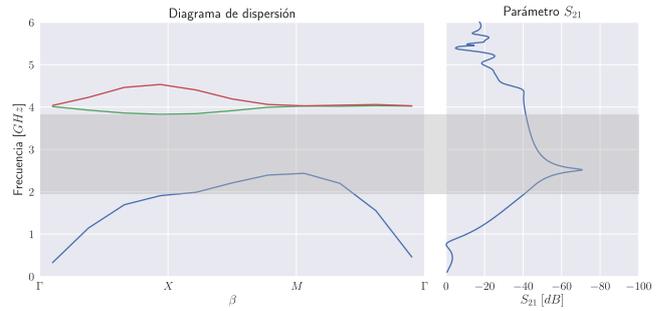


Figura 14: Comparación entre el diagrama de dispersión obtenido considerando condiciones de borde periódicas y resultado de la simulación de parámetros S.

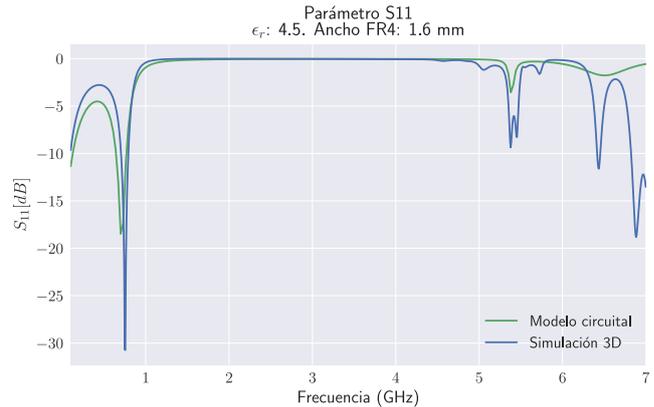


Figura 15: Comparación entre la magnitud del parámetro  $S_{11}$  simulado con *CST Microwave Studio* y el obtenido mediante el modelo propuesto.

comparación de las gráficas según el modelo y según la simulación de onda completa realizada con CST se puede observar en la Figura 15, de la que se puede deducir que la energía, en el *bandgap*, es devuelta casi en su totalidad al puerto de entrada.

Bajo las mismas consideraciones, es posible analizar la fase de las señales que regresan al puerto de incidencia respecto de la señal original, para lo que resulta útil considerar la fase del parámetro  $S_{11}$ . Cuando la fase es de  $180^\circ$ , la señal es reflejada en contrafase, efectivamente impidiendo o dificultando la propagación de la onda. Las gráficas, también para el caso simulado y el modelado circuitalmente, se muestran en la Figura 16.

#### IV. CONCLUSIONES

En este trabajo se modeló circuitalmente una estructura de banda prohibida electromagnética basada en la periodización bidimensional de una celda de Yang et al.

En base a un análisis de onda completa preliminar, se obtuvieron y analizaron, utilizando técnicas de modelado de líneas *microstrip*, cuatro circuitos eléctricos equivalentes de la celda unitaria de Yang. Si bien no se realizaron mediciones, los materiales seleccionados para la construcción del modelo de referencia permitirán, en un trabajo futuro, la construcción y validación.

La validación de los modelos circuitales propuestos se realizó mediante la comparación con simulaciones de onda completa, y para el último circuito propuesto, que incluye

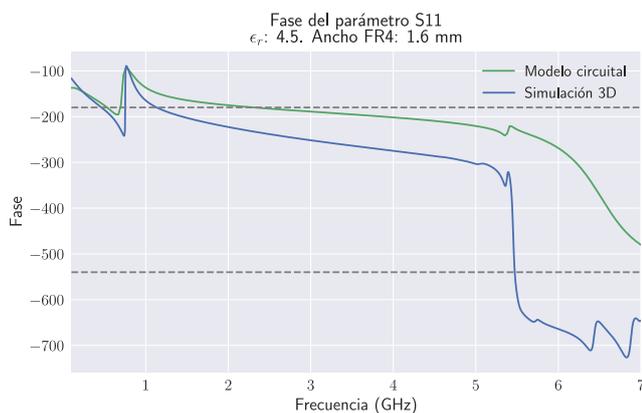


Figura 16: Comparación entre la fase del parámetro  $S_{11}$  simulado con *CST Microwave Studio* y el obtenido mediante el modelo propuesto. Las líneas punteadas representan múltiplos impares de  $180^\circ$ .

pérdidas por efecto Joule y pelicular, se halló una buena aproximación.

Un modelo circuital equivalente y de construcción intuitiva de una celda de metamaterial permite el análisis paramétrico sencillo, en función de elementos circuitales de parámetros concentrados, seleccionados de forma que sea evidente su relación directa a la geometría de la celda. De esta forma, a partir de unas pocas simulaciones de onda completa, es posible facilitar y agilizar el diseño iterativo de una estructura EBG.

Todos los resultados, tanto los parciales como el modelo final, fueron contrastados con simulaciones de onda completa de *CST Microwave Studio*.

Resulta importante destacar que el modelo, por su sencillez, y porque requiere de una simulación de onda completa para ajustar los valores de los parámetros circuitales, no reemplaza a la simulación de onda completa en el diseño de estructuras EBG, sino que es una herramienta que permite reducir su uso al estudio de efectos de segundo orden.

La intención de este trabajo es que, mediante la exposición completa de los pormenores del proceso de diseño del modelo circuital equivalente, facilite la construcción de modelos similares para otras celdas unitarias uniplanares bidimensionales, por la aplicación de los mismos principios.

Cabe destacar que en este trabajo se han presentado algunos resultados obtenidos que se encuentran en la Tesis de Ingeniería Electrónica del Ing. Federico Luna.

## V. AGRADECIMIENTOS

Se agradece la asistencia prestada por el Ing. Trainotti y el Mg. Ing. Ramiro Alonso, del Laboratorio de Radiación Electromagnética de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Buenos Aires, así como al Ing. Julio Zola, a la Dr. Liliana Perez y al Dr. Ing. Guillermo Santiago, quienes fueron jurados de la tesis de grado en que se basa este trabajo, y ofrecieron sus puntos de vista y correcciones. Se agradece, además, a los miembros del Centro de Comunicación Científica de la Unidad de Tecnologías de la Información de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad de Buenos Aires, por los recursos de hard-

ware que permitieron realizar las simulaciones del presente trabajo.

El presente trabajo se realizó en el marco del proyecto de Investigación UBACyT Código 20020150100085.

## REFERENCIAS

- [1] C. Caloz and T. Itoh, *Electromagnetic Metamaterials: Transmission line theory and microwave applications. The Engineering Approach*. Wiley, 2006.
- [2] J. B. Pendry, A. J. Holden, D. J. Robbins, and W. J. Stewart, "Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 1999.
- [3] N. Engheta and R. W. Ziolkowski, *Metamaterials: Physics and engineering explorations*. IEEE Press and Wiley-Interscience, 2006.
- [4] J. D. Joannopoulos and S. G. Johnson, *Photonic Crystals: Molding the flow of light*. Princeton University Press, 2008.
- [5] K. M. Ho, C. T. Chan, and C. M. Soukoulis, "Existence of a photonic gap in periodic dielectric structures," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 65, pp. 3152–3155, Dec 1990.
- [6] E. Yablonovitch, T. J. Gmitter, K. M. Leung, R. D. Meade, A. M. Rappe, K. D. Brommer, and J. D. Joannopoulos, "3-dimensional photonic band structure," *Optical and Quantum Electronics*, 1992.
- [7] F. Yang and Y. Rahmat-Samii, *Electromagnetic Band Gap Structures in Antenna Engineering*. Cambridge University Press, 2009.
- [8] D. Sievenpiper, L. Zhang, R. F. Jimenez, N. G. Alexopoulos, and E. Yablonovitch, "High-impedance electromagnetic surfaces with a forbidden frequency band," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 1999.
- [9] T. Liu, X. Cao, J. Ma, and X. Wen, "Enhanced bandwidth uniplanar compact electromagnetic bandgap structure with coplanar meander line inductance," *Electronics Letters*, no. 4, 2008.
- [10] B.-Q. Lin, X.-Y. Ye, X.-Y. Cao, and F. Li, "Uniplanar EBG structure with improved compact and wideband characteristics," *Electronics Letters*, no. 23, 2008.
- [11] B. Mohajer-Iravani and O. M. Ramahi, "On the suppression band and bandgap of planar electromagnetic bandgap structures," *Hindawi Publishing Corporation: International Journal of Antennas and Propagation*, 2014.
- [12] F.-R. Yang, K.-P. Ma, Y. Qian, and T. Itoh, "A uniplanar contact photonic band-gap (uc-pbg) structure and its applications for microwave circuits," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 1999.
- [13] L. Brillouin, *Wave Propagation in Periodic Structures: Electric Filters and Crystal Lattices*. Dover Publications, 1953.
- [14] P. Kovács, "Design and optimization of electromagnetic bandgap structures (phd thesis)," *Brno University of Technology*, 2010.
- [15] G. Goussetis, A. Feresidis, and J. C. Vardaxoglou, "Tailoring the amc and ebg characteristics of periodic metallic arrays printed on grounded dielectric substrate," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2006.
- [16] M. Rahman and M. A. Stuchly, "Transmission line - periodic circuit representation of planar microwave photonic bandgap structures," *Microwave and optical technology letters*, 2001.
- [17] J. D. Baena and J. Bonache, "Equivalent-circuit models for splitting resonators and complementary split-ring resonators coupled to planar transmission lines," *IEEE Transactions on microwave theory and techniques*, 2005.
- [18] B. Mohajer-Iravani and O. M. Ramahi, "Wideband circuit model for planar ebg structures," *IEEE Transactions on advanced packaging*, 2010.
- [19] J.-H. Kim and M. Swaminathan, "Modeling of irregular shaped power distribution planes using transmission matrix method," *IEEE Transactions on advanced packaging*, 2001.
- [20] F. Luna, "Tesis de ingeniería electrónica: Estudio de bandas de estructura electromagnética (ebg) para la reducción del acoplamiento mutuo entre antenas microstrip," *Facultad de Ingeniería UBA.*, Dec 2018.
- [21] D. M. Pozar, *Microwave Engineering*. Wiley, 2011.
- [22] K. H. Kim and J. E. Schutt-Ainé, "Analysis and modeling of hybrid planar-type electromagnetic-bandgap structures and feasibility study on power distribution network applications," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 2008.
- [23] C. Paul, *Inductance: Loop and Partial*. Wiley, 2010.
- [24] M. F. Luberto, "Diseño de una antena de microcintas para WIFI empleando estructuras EBG (electromagnetic band gap)," *Tesis de grado. Facultad de Ingeniería, Universidad de Buenos Aires*, 2016.